کد کنترل

514

F

514F

آزمون (نیمه‌متمرکز) ورود به دوره‌های دکتری ــ سال ۱۴۰۲

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

دفترچهٔ شمارهٔ (۱)

صبح پنج‌شنبه
۱۴۰۱/۱۲/۱۱

مهندسی هوا فضا ــ دینامیک پرواز و کنترل (کد ۲۳۳۴)

تعداد سؤال: ۴۵

زمان پاسخ‌گویی: ۱۳۵ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	مجموعه دروس تخصصی: ــ ریاضیات مهندسی ــ دینامیک پرواز پیشرفته ۱ ــ تئوری کنترل بهینه	۴۵	۱	۴۵

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به‌منزلهٔ عدم حضور شما در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان‌بودن شمارهٔ صندلی خود با شمارهٔ داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچهٔ سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی جلد دفترچهٔ سؤالات و پایین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی ـ دینامیک پرواز پیشرفته ۱ ـ تئوری کنترل بهینه):

۱- تابع $f(x,y,t)=\frac{۱}{t}e^{-\frac{x^۲+y^۲}{۴t}}$ پاسخ کدام‌یک از معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی (نسبی) زیر است؟

۱) $\frac{\partial f}{\partial t}=\frac{\partial^۲ f}{\partial x^۲}+\frac{\partial^۲ f}{\partial y^۲}$

۲) $\frac{\partial f}{\partial t}=\frac{\partial^۲ f}{\partial x^۲}-\frac{\partial^۲ f}{\partial y^۲}$

۳) $\frac{\partial f}{\partial t}=\frac{\partial f}{\partial x}+\frac{\partial f}{\partial y}$

۴) $\frac{\partial^۲ f}{\partial t^۲}=\frac{\partial^۲ f}{\partial x^۲}+\frac{\partial^۲ f}{\partial y^۲}$

۲- جواب عمومی معادله $x\frac{\partial z}{\partial x}+z\frac{\partial z}{\partial y}=y$ کدام است؟

۱) $y+z=f(xy^۲-xz^۲)$

۲) $y+z=xf(y^۲-z^۲)$

۳) $y-z=f(xz^۲-xy^۲)$

۴) $y-z=xf(z^۲-y^۲)$

۳- معادله $u_{xx}-u_{yy}=۰$ با کدام تغییر متغیرهای زیر به معادله $u_{rs}=۰$ تبدیل می‌شود؟

۱) $\begin{cases} r=y-x \\ s=y+۲x \end{cases}$

۲) $\begin{cases} r=y+x \\ s=y-۲x \end{cases}$

۳) $\begin{cases} r=y+x \\ s=y-x \end{cases}$

۴) $\begin{cases} r=y+۲x \\ s=y-۲x \end{cases}$

۴- اگر انتگرال فوریه تابع $f(x)=\begin{cases}1 & |x|<1\\ 0 & |x|>1\end{cases}$ به‌صورت $f(x)=\frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{1}{w}\sin w\cos wx\,dw$ باشد، حاصل $I=\int_0^{\infty}\frac{1}{w}\sin w\cos w\,dw$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{2}$

۲) $\frac{2}{\pi}$

۳) $\frac{4}{\pi}$

۴) $\frac{\pi}{4}$

۵- تبدیل فوریه کسینوسی e^{-2x} کدام است؟

۱) $\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{w^2+4}$

۲) $2\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{w^2-4}$

۳) $2\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{w^2+4}$

۴) $\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{w^2-4}$

۶- فرض کنید $f(z)$ تابعی تحلیلی با قسمت حقیقی $e^{x^2-y^2}\cos 2xy$ باشد، آنگاه $f'(1)$ کدام است؟

۱) $2e$

۲) $-e$

۳) $-2e$

۴) e

۷- انتگرال تابع $f(z)=z^{-3}\cosh z$ در جهت پاد ساعتگرد (مخالف حرکت عقربه‌های ساعت) روی دایره واحد کدام است؟

۱) $4\pi i$

۲) $2\pi i$

۳) صفر

۴) πi

۸- پاسخ معادله $\cos z=3$ کدام است؟

۱) $z=2\pi n\pm i\ln\left(\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}\right)\ ,\ n\in\mathbb{Z}$

۲) $z=\pi n\pm i\ln\left(3\pm2\sqrt{2}\right)\ ,\ n\in\mathbb{Z}$

۳) $z=2\pi n\pm i\ln\left(3\pm2\sqrt{2}\right)\ ,\ n\in\mathbb{Z}$

۴) $z=\pi n\pm i\ln\left(\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}\right)\ ,\ n\in\mathbb{Z}$

۹- ضریب z در بسط به سری لوران کسر $\frac{۱}{z^۲ \sinh z}$ حول مبدأ کدام است؟

۱) $-\frac{۷}{۳۶۰}$ ۲) $\frac{۷}{۳۶۰}$

۳) $-\frac{۷}{۲۴۰}$ ۴) $\frac{۷}{۲۴۰}$

۱۰- تبدیل $f(x)=\frac{i}{z}$ دایره $|z-۱|=۱$ را به کدام شکل تبدیل می‌کند؟

۱) خط موازی محور حقیقی در صفحه مختلط ۲) دایره‌ای به مرکز $\frac{-i}{۲}$ و شعاع $\frac{۱}{۲}$

۳) خط موازی محور موهومی در صفحه مختلط ۴) دایره‌ای به مرکز $\frac{i}{۲}$ و شعاع $\frac{۱}{۲}$

۱۱- استفاده از یک فیلتر Wash Out در مسیر پسخور سیستم Yaw Damper به چه منظوری است؟

۱) بهبود Over Shoot سیستم Yaw Damper پس از صدور فرمان غلطش

۲) حل مشکل مقابله Yaw Damper با خلبان در زمان صدور فرمان غلطش

۳) بهبود زمان رسیدن دامنه Yaw Damper به نصف، قبل از اعمال هرگونه کنترل

۴) کاهش خطای ماندگار در خلبان خودکار برای جلوگیری از انحراف از مسیر پروازی

۱۲- در معادلات ۶ درجه آزادی حرکت هواپیما، PQ چه کمّیتی است؟

۱) شتاب ۲) شتاب زاویه‌ای

۳) نیرو ۴) گشتاور

۱۳- کدام مورد درخصوص پدیدهٔ وارونگی اثر ایلرون (Aileron Reversal)، درست است؟

۱) سرعت وارونگی، متناسب با Cl_α است.

۲) سرعت وارونگی، متناسب با عکس ضریب سختی پیچشی بال است.

۳) این پدیده، تنها در بال‌های بدون زاویه برگشتی (Sweep) به‌وجود می‌آید.

۴) برای یک بال مستطیلی نازک، این پدیده تابع فاصله مرکز ایرودینامیک از مرکز الاستیک مقطع بال نیست.

۱۴- کدام‌یک از مشتقات پایداری بر روی فرکانس پریود کوتاه هواپیما تأثیر گذارند؟

۱) $C_{m\dot{\alpha}}$ و $C_{m\alpha}$ ۲) C_{mq} و $C_{m\dot{\alpha}}$

۳) C_{mq} و $C_{m\alpha}$ ۴) C_{mq} و $C_{m_\circ}$

۱۵- یک هواپیمای متعارف چند مود نوسانی دارد؟

۱) ۲ ۲) ۳

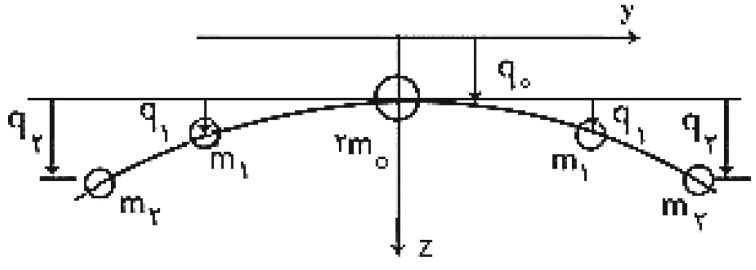
۳) ۴ ۴) ۵

۱۶- کدام‌یک از موارد زیر، شرط لازم برای پایداری استاتیکی هواپیماست؟

۱) $\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} > ۰$ ۲) $\frac{\partial C_M}{\partial u} < ۰$

۳) $\frac{\partial C_M}{\partial \alpha} > ۰$ ۴) $\frac{\partial C_N}{\partial \beta} < ۰$

۱۷- در مدل الاستیک بال هواپیما، انرژی جنبشی سیستم برحسب q_0 و q_1 و q_2و پارامترهای دیگر مسئله چیست؟



۱) $\frac{1}{2}\left[m_0\dot{q}_0^2+m_1(\dot{q}_0+\dot{q}_1)^2+m_2(\dot{q}_0+\dot{q}_2)^2\right]$

۲) $\frac{1}{2}\left[m_0\dot{q}_0^2+m_1\dot{q}_1^2+m_2\dot{q}_2^2\right]$

۳) $m_0\dot{q}_0^2+m_1(\dot{q}_0+\dot{q}_1)^2+m_2(\dot{q}_0+\dot{q}_2)^2$

۴) $m_0\dot{q}_0^2+m_1\dot{q}_1^2+m_2\dot{q}_2^2$

۱۸- برای انتقال از دستگاه اینرسی (با فرض زمین مسطح) به دستگاه باد متصل به هواپیما، به‌ترتیب، کدام‌یک از دوران‌های زیر طی می‌شود؟

۱) یاو ـ پیچ ـ رول

۲) هدینگ ـ زاویه مسیر ـ بنک

۳) زاویه حمله ـ زاویه سرش جانبی ـ بنک

۴) زاویه حمله ـ زاویه سرش جانبی ـ زاویه مسیر

۱۹- کدام‌یک از مراحل چهارگانه مدل‌سازی خلبان با $\frac{\tau_{lead}+1}{\tau_{lag}+1}$ بیان می‌شود؟

۱) تصمیم‌گیری راجع به عمل کنترلی

۲) مشاهده کمیت پروازی و ارسال سیگنال به مغز

۳) پردازش سیگنال توسط مغز و تشخیص میزان خطا

۴) ارسال فرامین محاسبه شده به ماهیچه‌ها و ایجاد حرکت کنترلی

۲۰- معادلات حرکت انتقالی مرکز جرم یک جسم پرنده، که از قانون دوم نیوتن به‌دست می‌آید، کدام است؟ (متغیرهای نوشته شده در روابط در جدول زیر معرفی شده‌اند.)

مؤلفه‌های بردار سرعت	U,V,W
مؤلفه‌های بردار سرعت زاویه‌ای	P,Q,R
مؤلفه‌های بردار نیرو	F_x,F_y,F_z

۱)
$$m(\dot{U}+QW-RV)=F_x$$
$$m(\dot{V}+RW-PU)=F_y$$
$$m(\dot{W}+PU-QV)=F_z$$

۲)
$$m(\dot{U}-QW+RV)=F_x$$
$$m(\dot{V}+RW-PU)=F_y$$
$$m(\dot{W}+PV-QU)=F_z$$

۳)
$$m(\dot{U}-RV+QW)=F_x$$
$$m(\dot{V}+RU-PW)=F_y$$
$$m(\dot{W}-QU+PV)=F_z$$

۴)
$$m(\dot{U}-RW+QV)=F_x$$
$$m(\dot{V}+RU-PW)=F_y$$
$$m(\dot{W}-PU+QV)=F_z$$

۲۱- معادلات حرکت پریود کوتاه (Short Period) هواپیما به شکل زیر داده شده است. اگر قانون کنترلی به‌صورت $\delta_e = ۲.q - w$ در نظر گرفته شود، کدام گزینه در مورد پایداری هواپیما صحیح است؟ (w سرعت قائم، q سرعت زاویه‌ای فراز و δ_e زاویه بالابر است.)

$$\begin{cases} \dot{w} = w + ۵\circ q \\ \dot{q} = -\circ/۲w - \circ/۶q - ۲\delta_e \end{cases}$$

۱) هواپیما در حالت تعادل نیست.
۲) حرکت طبیعی هواپیما پایدار است.
۳) سیستم کنترل حلقه بسته ناپایدار است.
۴) مرکز جرم هواپیما عقب‌تر از مرکز خنثی قرار دارد.

۲۲- اگر معادلات دینامیکی حرکت غلت (Roll) هواپیما و قانون کنترلی پسخور به‌صورت زیر باشد، تابع تبدیل سیستم کنترل حلقه بسته $\left(\frac{\phi(s)}{\phi_{ref}(s)}\right)$ کدام است؟

$$\begin{cases} \dot{p} = L_P.p + L_{\delta A}.\delta_A \\ \dot{\phi} = p \end{cases}$$
$$\delta_A = K_\phi(\phi_{ref} - \phi) - K_p p$$

۱) $\dfrac{-K_\phi.L_{\delta A}}{s^۲ + (K_P.L_{\delta A} - L_P)s - K_\phi.L_{\delta A}}$

۲) $\dfrac{K_\phi.L_{\delta A}}{s^۲ + (K_P.L_{\delta A} - L_P)s + K_\phi.L_{\delta A}}$

۳) $\dfrac{K_\phi.L_{\delta A}}{s^۲ + (K_P.L_{\delta A} + L_P)s + K_\phi.L_{\delta A}}$

۴) $\dfrac{-K_\phi.L_{\delta A}}{s^۲ + (K_P.L_{\delta A} + L_P)s - K_\phi.L_{\delta A}}$

۲۳- برای معادلات حرکت پریود کوتاه (Short Period) هواپیما به فرم زیر، اگر رابطه شتاب قائم هواپیما به‌صورت $a_{zcg} = ۱\circ(\dot{\alpha} - q)$ باشد، تابع تبدیل شتاب قائم به الویتور $\left(\frac{a_{zcg}(s)}{\delta_e(s)}\right)$ در کدام مورد درست است؟

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = -۶\alpha + q \\ \dot{q} = -۵\alpha - \circ/۶q - ۱۲\delta_e \end{cases}$$

۱) $\dfrac{-۷۲\circ}{s^۲ + ۶/۶s + ۸/۶}$
۲) $\dfrac{۷۲\circ}{s^۲ - ۶/۶s + ۸/۶}$
۳) $\dfrac{-۷۲\circ}{s^۲ + ۶/۶s - ۸/۶}$
۴) $\dfrac{۷۲\circ}{s^۲ + ۶/۶s + ۸/۶}$

۲۴- کدام‌یک از عوامل زیر، باعث کوپل شدن دینامیک طولی و عرضی یک هواپیمای متعارف نمی‌شود؟

۱) موتور
۲) زاویه پیچ
۳) نرخ پیچ پایا
۴) شتاب جاذبه زمین

۲۵- چنانچه در یک هواپیمای متداول به علت عدم تقارن جرمی، ممان ضربی I_{xy} وجود داشته باشد $(I_{xy} \neq 0)$، گشتاور پیچ (Pitch Moment) و گشتاور رول (Roll Moment)، به‌ترتیب، (از راست به چپ) باعث ایجاد شتاب زاویه‌ای ناخواسته حول چه محورهایی خواهند شد؟

۱) Pitch Rate ـ Roll Rate ۲) Pitch Rate ـ Yaw Rate
۳) Yaw Rate ـ Roll Rate ۴) Roll Rate ـ Pitch Rate

۲۶- طبق استانداردهای نظامی تحلیل کیفیت پروازی، فاز پروازی از نوع A شامل کدام‌یک از شرایط زیر می‌شود؟

۱) نبرد هوایی ۲) نزول ۳) تقرب ۴) اوج‌گیری

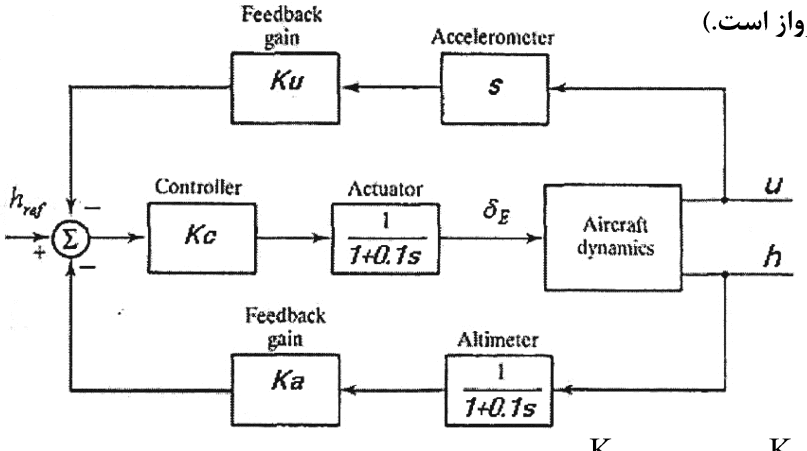
۲۷- کدام مورد درخصوص تعریف حاشیه پایداری استاتیکی طولی هواپیما، درست است؟

۱) فاصله مرکز جرم هواپیما تا مرکز خنثی هواپیما
۲) فاصله مرکز جرم هواپیما تا مرکز آیرودینامیکی
۳) فاصله مرکز خنثی هواپیما تا مرکز آیرودینامیکی
۴) فاصله عقب‌ترین محل مرکز جرم هواپیما تا جلوترین محل مرکز جرم هواپیما

۲۸- نوسان فرکانس پایین، ویژگی کدام‌یک از پدیده‌های آیروالستیسیته است؟

۱) Control divergence ۲) Control Reversal
۳) Buffeting ۴) Flutter

۲۹- در شکل زیر بلوک دیاگرام سیستم کنترل ارتفاع پرواز ترسیم شده است. قانون کنترلی (فیدبک) در کدام مورد درست است؟ (h ارتفاع و u سرعت پرواز است.)



۱) $\delta_E(s) = \frac{K_C}{1+0.1s}.h_{ref} - \frac{K_C.K_a}{(1+0.1s)^2}.h(s) - \frac{K_C.K_u.s}{1+0.1s}.u(s)$

۲) $\delta_E(s) = \frac{K_C.K_a}{(1+0.1s)^2}(h_{ref} - h(s)) - \frac{K_C.K_u.s}{1+0.1s}.u(s)$

۳) $\delta_E(s) = \frac{K_C}{1+0.1s}.h_{ref} - K_C.K_a.h(s) - \frac{K_C.K_u.s}{1+0.1s}.u(s)$

۴) $\delta_E(s) = \frac{K_C}{(1+0.1s)^2}.h_{ref} - \frac{K_C.K_a}{1+0.1s}.h(s) - \frac{K_C.K_u.s}{1+0.1s}.u(s)$

۳۰- مدل دوگان (Degan) برای بررسی کدام‌یک از پدیده‌های جوّی ارائه شده است؟

۱) میکروبرست (Microburst) ۲) توربولنس (Turbulence)
۳) باد برشی (Wind Shear) ۴) گاست (Gust)

۳۱- سیستم زیر را درنظر بگیرید، شرط آنکه این سیستم کنترل‌پذیر باشد، کدام است؟

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}\lambda_1 & 0\\ 0 & \lambda_2\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}b_1\\ b_2\end{bmatrix}u$$

$$\begin{pmatrix}b_1\neq 0\ ,\ b_2\neq 0\\ \lambda_1,\lambda_2=\text{حقیقی}\end{pmatrix}$$

۱) $\lambda_1\neq\lambda_2$

۲) $\lambda_1\neq 0$ و $\lambda_2\neq 0$

۳) $\lambda_1\ \lambda_2=1$

۴) $\lambda_1=\lambda_2=1$

۳۲- برای حرکت دورانی فضاپیما به کمک تراسترها، مدل زیر پیشنهاد شده است، که در آن می‌خواهیم زاویه نهایی $\frac{1}{6}$ رادیان و مصرف سوخت، مینیمم باشد. معیار کارایی J کدام است؟ (λ گشتاور اعمالی، I ممان اینرسی (I را واحد فرض کنید.)، θ زاویه و θ° سرعت دورانی، t_p = زمان نهایی و α = عدد مثبت)

$$\begin{bmatrix}\theta\\ \theta^\circ\end{bmatrix}^\circ=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\theta\\ \theta^\circ\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u\ ,\ u=\frac{\lambda}{I}$$

۱) $\int_0^{t_f}\left[\alpha|u|+(\theta(t)-\frac{1}{6})^2\right]dt$

۲) $\left[\dot{\theta}(t_f)-\frac{1}{6}\right]+\alpha\int_0^{t_f}|u|dt$

۳) $\int_0^{t_f}(\theta(t)-\frac{1}{6})^2dt$

۴) $\int_0^{t_f}|u|dt$

۳۳- برای سیستم زیر، قیدی روی x و u نیست. $Q\geq 0, R>0$ و H با صفر شدن $\frac{\partial H}{\partial u}$ تابع همیلتونین اکستریمم شده است. با چه شرطی این نقطه، مینیمم خواهد بود؟ (H تابع همیلتونین است.)

$$\dot{x}=Ax+Bu$$

$$J=\frac{1}{2}x^T(t_f)Hx(t_f)+\int_{t_0}^{t_f}\frac{1}{2}\left[x^TQx+u^TRu\right]dt$$

۱) $\frac{\partial^2 H}{\partial u^2}<0$

۲) $\frac{\partial^2 H}{\partial u^2}>0$

۳) $\frac{\partial^2 J}{\partial u^2}<0$

۴) $\frac{\partial^2 J}{\partial u^2}>0$

۳۴- کدام‌یک از موارد معیار بهینه‌گی کمترین تلاش کنترلی در زمان کمینه به‌حساب می‌آید؟

۱) $J=\int_{t_0}^{t_f}(u^2+1)dt$

۲) $J=\int_{t_0}^{t_f}(|u|+t)dt$

۳) $J=\int_{t_0}^{t_f}(|u|+1)dt$

۴) $J=\int_{t_0}^{t_f}(u^2+t)dt$

۳۵- برای سیستم $\begin{cases}\dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_2 + u\end{cases}$ با معیار کارایی $J = \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2}u^2 dt$، با فرض نامقید بودن کنترل و حالت، تابع همیلتونین برابر با $H = \frac{1}{2}u^2 + p_1x_2 - p_2x_2 + p_2u$ است، که در آن p_1 و p_2 متغیرهای کمک حالت (costate) هستند. u بهنیه کدام است؟

۱) $-P_1^*$ ۲) $-P_2^*$

۳) $P_1^* - P_2^*$ ۴) $P_1^* + P_2^*$

۳۶- معادلهٔ $H - J - B$ برای یک سیستم پیوسته نوشته می‌شود و از آن $J(x, t)$ به‌دست می‌آید. کدام‌یک از عبارت‌های زیر، درست است؟

$$J^*(x, t) = h(x(t_f), t_f) + \int_t^{t_f} g(x, u, t)dt$$

۱) دارای شرایط اولیه است. $J(x(t_0), t_0) = h(x(t_0), t_0)$

۲) دارای شرایط اولیه است. $J(x(t_0), t_0) = g(x(t_0), u(t_0), t_0)$

۳) دارای شرط مرزی نهایی است. $J(x(t_f), t_f) = h(x(t_f), t_f)$

۴) دارای شرط مرزی نهایی است. $J(x(t_f), t_f) = g(x(t_f), u(t_f), t_f)$

۳۷- منحنی بهینه برای کمینه‌کردن تابع هزینه $J = \int_0^1 \frac{x^2}{t}dt$ برای رسیدن از نقطهٔ $x(0) = 0$ به $x(1) = 1$، کدام است؟

۱) $x = t$ ۲) $x = t^2$

۳) $x = \frac{\ln(t+1)}{\ln 2}$ ۴) $x = \sin(\frac{\pi t}{2})$

۳۸- منحنی که تابعی $J(x(t), t) = \int_1^{t_f} \left[2x(t) + \dot{x}^2(t)\right] dt$ را اکسترمم می‌کند، کدام است؟

۱) الزاماً یک تابع درجه دوم برحسب t است.

۲) الزاماً یک تابع درجه اول برحسب t است.

۳) درصورت نامعین بودن t_f یک خط راست است.

۴) بسته به معین‌بودن یا نامعین‌بودن t_f، می‌تواند یک چندجمله‌ای از مرتبه صفر تا دو باشد.

۳۹- بهترین وجه تمایز دو مسئله مهم در کنترل بهینه LQR یا LQT، کدام است؟

LQR ≜ LINEAR QUADRATIC REGULATOR

LQT ≜ LINEAR QUADRATIC TRACNING

۱) در LQT، کنترل بهینه در فرم حلقه‌بسته نیست و به‌صورت حلقه‌باز عمل می‌کند.

۲) وجه تمایز خاصی وجود ندارد و با یک تغییر متغیر می‌توان از همان دستورات LQR برای تولید کنترل بهینه استفاده کرد.

۳) هر دو مسئله دارای یک شرط بهینگی هستند، لکن معادلات حالت متفاوت منجر به نتایج متفاوت برای کنترل بهینه هر کدام خواهد شد.

۴) وجه تمایز صرفاً در تابع هزینه است که در LQT مسیر مطلوب صفر نیست، بنابراین زمان کنترل بهینه برای LQT صرفاً تابعی از حالت نیست و ترمی اضافی دارد.

۴۰- برای سیستم با مسئله کنترل بهینه زیر، ماتریس وزنی مربوط به حالت و کنترل که با Q و R به آن اشاره می‌کنیم، کدام است؟

$$\dot{x}_1 = x_2$$
$$\dot{x}_2 = 2x_1 - x_2 + u(t) \qquad \bar{x} = \text{STATE VECTOR}$$
$$J = \int_0^T \left\{ \left[x_1(t) - 1 \right]^2 + 0/0025\, u^2 \right\} dt \qquad \vec{u} = u \triangleq \text{CONTROL}$$

۱) $R = 0/05 \quad , \quad Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

۲) $R = 0/005 \quad , \quad Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

۳) $R = 0/0025 \quad , \quad Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

۴) $R = 0/005 \quad , \quad Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

۴۱- در مورد معیار کارایی زیر، کدام عبارت درست است؟

$$J = H\left\|x(t_f) - r(t_f)\right\|^2 + \int_{t_0}^{t_f} \left[Q\left\|x(t) - r(t)\right\|^2 + R\left\|u(t)\right\|^2 \right] dt$$

۱) کنترل نقطهٔ نهایی (terminal Control) درنظر گرفته نشده است.

۲) حداقل‌کردن تلاش کنترلی درنظر گرفته نشده است.

۳) تعقیب (tracking) درنظر گرفته نشده است.

۴) حداقل‌کردن زمان درنظر گرفته نشده است.

۴۲- برای سیستم زیر که متغیرهای حالت و کنترل متغیر نیستند و H تابع همیلتونین و P متغیرهای کمک حالت (Costate) هستند، کدام مورد درست است؟

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_2 + u \end{cases}$$
$$J(u) = \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} u^2 dt$$
$$\dot{P} = -\frac{\delta H}{\delta x}$$

۱) یکی از متغیرهای کمک حالت ثابت است.

۲) یکی از متغیرهای کمک حالت صفر است.

۳) یکی از متغیرهای کمک حالت نامعین است.

۴) کنترل تابعی از تمام متغیرهای کمک حالت است.

۴۳- کنترل بهینه برای سیستم زیر با استفاده از معادله ریکاتی جبری، کدام است؟

$$\dot{x} = Ax + bu\ ,\ x(0) = x_0\ ,\ x(T) = Free$$

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^2)dt$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & q^2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Hint: General Ricatti Eqvation is given}\ ,\ k(t_f) = h(x(t_f))$$

$$\dot{K} + Q - KBR^{-1}B^T K + KA + A^T K = 0\ ;\ u^* = -R^{-1}B^T K(t)x(t)$$

۱) $u^* = -qx_1$

۲) $u^* = -\sqrt{q}\, x_1 - qx_2$

۳) $u^* = -\sqrt{1+2q}\, x_1 - qx_2$

۴) سیستم مشاهده‌پذیر نیست.

۴۴- در تابع $J = \int_1^{t_f} (\frac{4}{81}t + x'^2 t^3)dt$ و با شرایط $x(t_f) = 3\ ,\ x(1) = 0$، برای آنکه J حداقل شود، t_f کدام است؟

۱) ۲

۲) ۱/۵

۳) ۱

۴) −۱

۴۵- جواب معادله اویلر برای تابع $J = \int_{t_0}^{t_f} g(x\ ,\ \dot{x}\ ,\ t)$، در کدام حالت زیر، الزاماً یک خط راست است؟

۱) g از $\dot{x}$ مستقل باشد.

۲) g از t مستقل باشد.

۳) g از x و t مستقل باشد.

۴) g تنها تابع x باشد.